

工程數學力學計算與動畫模擬

陳正宗 高聖凱 李家璋

國立台灣海洋大學 河海工程學系

jtchen@mail.ntou.edu.tw

筆者從事教學已二十餘載，深知教學不易，隨科技發展，時代的變遷，教學越來越多元，方式也越來越多變。從傳統的口授與板書，投影式的簡報教學，結合多媒體的數位講桌，到現在教育部在推廣的『磨課師計畫』(MOOCs, Massive Open Online Courses)與翻轉式教學，雖然方法日趨多元但授課傳道的本意仍是不變的。在投入研究之餘，自知除了『獨善其身』外，傳承也是重要使命。故陸續指導 14 位大學部的學生，在『科技部大專生專題計畫』經費的補助下，曾在 10 種不同的 SCI 期刊，刊登了 15 篇學術論文。除了學術研究之文章外，也將己身之教學經驗與見解陸續發表在國內『數學傳播』期刊[1-3]，『結構工程』[4]與國外 SCI 期刊 Computer Applications in Engineering Education (CAEE)[5,6]。2013 年，在第三屆台灣工業與應用數學學會(TWSAIM)年會的工程數學教育論壇，首次公開以自身研究與教學經驗為題進行工程數學教學動畫之分享，2015 年 8 月又受昊青公司與成功大學工學院之邀請，分別在台北大學與成功大學再以此為題進行演講，亦受到現場師生熱烈回應，也引起廣泛的討論。此後，陸續有台灣大學，成功大學，清華大學，交通大學，台北教育大學，中華顧問力學營，中央大學，中研院，金門大學，海洋大學，義守大學，高雄海洋科技大學，中山大學與宜蘭大學及大陸的中國科學院，重慶大學，上海大學、復旦大學、上海交通大學，鄭州大學與中國農業大學等數學教育的相關演講邀約，更體會到實作學門之重要性。相關成果如下：

1. 高斯智慧的應用—求積儀

從求學時期到數值研究，隨著『等差數列之和』到『散度定理』，由一維到三維，吾輩似乎逃不出高斯這種透過邊界看整體領域內涵的智慧，而格林定理也可視為高斯散度定理之特例。透過其智慧，等差數列 1 到 100 的總和可由頭尾兩數之和推得，求面積不再需要方格紙對領域作計算，只需要繞邊界即可求得面積，問題的維度都相對的簡化了。這些並非僅是無用的數學遊戲，在生活中土地丈量與海圖問題，所需量測的外形多為不規則，無簡易公式可使用，求積儀便是利用這樣的理論而產生。從早期的機械式到電子式，現在學生鮮有接觸該儀器的經驗，故 2013 年在『中華顧問工程司』主辦的『工程菁英研習營』中提出以求積儀為概念，作為該年度力學營的實作主題，讓大學生體驗學理便是解決問題的鑰匙，知識便是力量的道理，相關成果參見圖一。

2. 一維繩波動畫[6]

在科技部大專生專題計畫(NSC 95-2815-C-019-013-E)經費補助下，利用 Mathematica 軟體模擬一維波動現象，透過動畫方式將波動方程式中質量，阻尼與彈簧的消波效果呈現出來，如圖二。這對學生在修讀偏微分方程式時有實質的幫助，在學術社群網站 Research Gate 中亦有相當多學者點閱(read)紀錄。

3. 自由振動系統

利用 Mathematica 軟體模擬自由振動系統，藉由連續系統與離散系統，呈現解析與數值模擬間的異同，此成果獲得 2008 年『中國工程師學會學生論文競賽佳作』之肯定，相關動畫畫面參見圖三。

4. 空間曲線的 Frenet 公式

利用空間曲線函數，取得曲率半徑，可得 Frenet 公式；然而公路選線設計往往是需要先設定曲率半徑，再反推曲線函數，便是 Frenet 公式的反算問題。透過 Frenet 公式的正算與反算，讓學生體會數學曲率半徑與公路工程選線設計間的關係，再以 Mathematica 軟體呈現空間曲線之變化，參見圖四，

了解曲率參數之影響，該成果亦獲得 2008 年『中國工程師學會學生論文競賽優等』之肯定，參與的學生現也如願在中華顧問就職服務。

5.黏滯阻尼，庫倫阻尼與遲滯阻尼 (Viscous, Coulumb and Hysteretic damping)

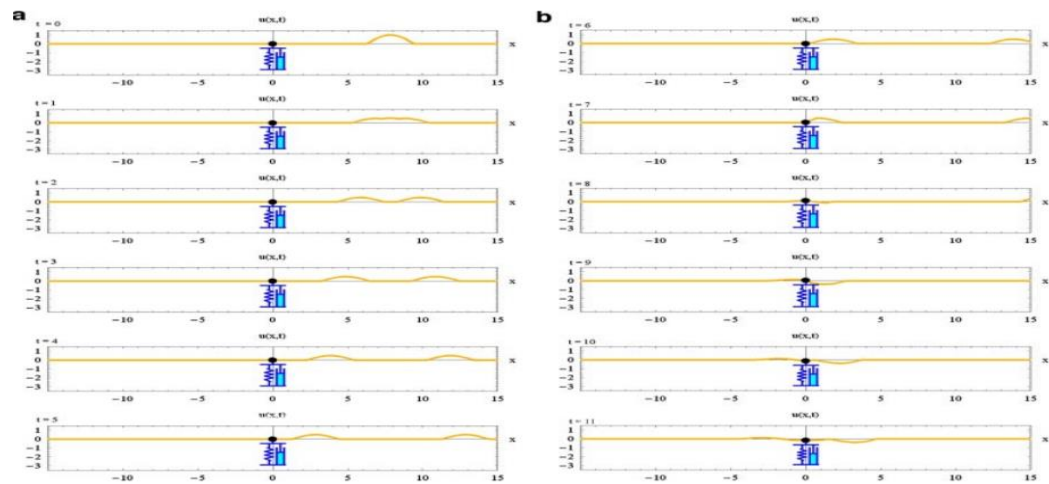
針對三種阻尼之數學模型與參數間的關係進行研究，並透過 Mathematica 軟體進行數值動畫模擬，透過簡易的機械模型，對應之振幅衰減與相平面圖之動畫，讓學生理解三種阻尼間的差異性，見圖五，相關成果已在 2016 年第 40 屆全國力學會議發表[8]。

中華顧問工程公司
CHINA ENGINEERING CONSULTANTS, INC.

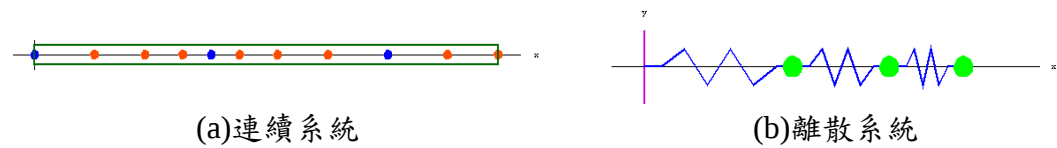
感謝
中華顧問
贊助舉辦
力學營

求積儀繞一圈計算面積		
圖形	面積 (用計算機計算)	求積儀繞一圈
橢圓	長軸=1.25cm 短軸=0.8cm 計算:1.25×0.8× $\pi=3.14cm^2$	3.112cm ² 面積誤差 0.028cm ² (0.892%)
長方形	長=2.2cm 寬=1.25cm 2.2×1.25=2.75cm ²	2.867cm ² 面積誤差 0.117cm ² (4.081%)
正三角形	$\frac{\sqrt{3}}{4}(2)^2=1.732cm^2$ (邊長:2cm)	1.725cm ² 面積誤差 0.007cm ² (0.404%)
圓形	直徑:1.9cm $\frac{\pi}{4}(1.9)^2=2.835cm^2$	2.819cm ² 面積誤差 0.016cm ² (0.564%)

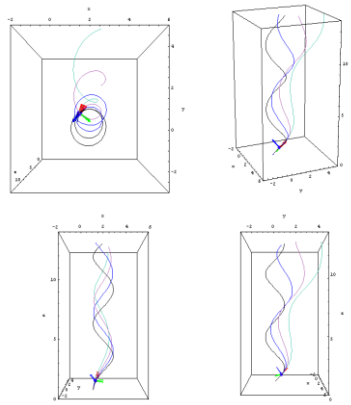
圖一 2013 年工程菁英研習營學員成果資料[7]



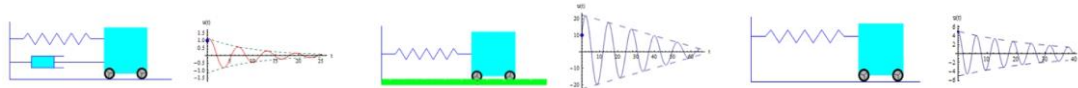
圖二 一維波動模擬動畫[6]



圖三 自由振動系統



圖四 空間曲線



(a) 黏滯阻尼

(b) 庫倫阻尼

(c) 遲滯阻尼

圖五 三種阻尼模型與其振幅衰減[8]

其他相關成果，可參見海洋大學力學聲響振動實驗室(NTOU/MSV)實驗室網頁(<http://msvlab.hre.ntou.edu.tw/index1.htm>)或 YouTube 影片(<https://www.youtube.com/channel/UCMGpRhYwaF9bK4oKK208XiA>)。

誌謝

感謝教育部教學卓越計畫與科技部科學教育實作學門計畫之經費補助，中華顧問工程司對於工程教育與力學營活動的挹注，共舉辦七屆大專生之學習營隊，培育工程人才，與昊青股份有限公司的協助與推廣。NTOU/MSV 研究團隊將會繼續努力，在工程教育貢獻一份心力。

參考文獻

- [1] 陳正宗，2007，工程數學教學拾趣，數學傳播，31 卷 4 期，18-37 頁。
- [2] 陳正宗，2007，圓周積分的三種看法，數學傳播，32 卷 1 期，66-76 頁。
- [3] 陳正宗、郭柏伸與高怡絹，2014，可聽出鼓的形狀嗎？對偶邊界元素法分析，數學傳播，38 卷 2 期，70-81 頁。
- [4] 鍾立來與陳正宗，2014，參數異動法在結構動力學應用，結構工程，29 卷 1 期，107-113 頁。
- [5] J. T. Chen, M. H. Tsai and C. S. Liu, 2008, Conformal mapping and bipolar coordinate for eccentric Laplace problems, Computer Applications in Engineering Education, Vol.17, No.3, pp.314-322.
- [6] J. T. Chen, K. S. Chou and S. K. Kao, 2008, One-dimensional wave animation using Mathematica, Computer Applications in Engineering Education, Vol.17, No.3, pp.323-339.
- [7] 2013 年工程菁英研習營學生成果分享，台北，北投機廠，2013。
- [8] S. K. Chen, J. W. Lee, S. K. Kao and J. T. Chen, 2016, Vibration animation for three damping models，第 40 屆全國力學會議，新竹：交通大學。