

球面機構的運動分析與應用－從理論到實體教具設計

徐冠倫、江冠霆、賴惟智

國立台灣大學機械系

E-Mail: kuanlunhsu@ntu.edu.tw

一、前言

球面機構在現代工程與日常生活中扮演著關鍵角色，其理論基礎與實際應用值得深入探討。本文將從球面機構在日常生活中的應用出發，探討其基本原理，深入研究連桿長度對機構完全旋轉性的影響，最後介紹我們設計的實體教具並說明實作過程中需考量的關鍵因素。

二、正文

球面機構在現代工程與日常生活中扮演著關鍵角色，其理論基礎與實際應用值得深入探討。本文將從球面機構在日常生活中的應用出發，探討其基本原理，深入研究連桿長度對機構完全旋轉性的影響，最後介紹我們設計的實體教具並說明實作過程中需考量的關鍵因素。

在日常生活中，球面機構被廣泛應用於各種設備中。例如，吊扇的設計利用球面接頭連接扇葉與馬達軸，使其可微調角度，確保平衡並減少晃動與噪音。此外，太陽能板底座為提高光能吸收效率，需隨太陽位置調整角度，因此支架常採用球面機構，實現多自由度運動。由此可見，球面機構不僅提升機械裝置的靈活性與穩定性，還增強設備的適應能力與效率，可以看出它在許多日常設備與工程設計中發揮了關鍵作用。

球面機構是一種所有運動部件的旋轉中心均位於同一固定點的特殊空間機構，在三維空間中，剛體的運動需要六個獨立座標來完全描述，即三個平移和三個旋轉。當剛體被限制在球面上運動時，其所有點與旋轉中心的距離保持不變，此時僅需三個旋轉參數 (α, ϕ, θ) 即可描述其位置，因此球面機構的自由度被限制為 3。

在分析球面機構的運動模式時，除了探討自由度外，還需要進行順逆向運動學分析、工作空間分析、奇異性分析以及旋轉性分析等。這些分析有助於全面了解機構的運動特性。其中，連桿的旋轉性是值得深入探討的特性，在球面機構中，連桿的長度對機構的運動特性具有關鍵影響，特別是對連桿的完全旋轉性。

為了深入理解這一點，我們需要先引入互補桿長和基本表示形式（Fundamental Representation）的概念。當兩桿件的長度和等於 180 度，這兩桿件為彼此的互補桿件，將桿件替換為其互補桿件時，剩餘的桿件仍可進行相同的運動模式，在此基礎上，我們可以將桿件的弧長替換成基本表示形式，以進行後續的桿件旋轉性分析，而替換的標準則是，最長兩桿相加若大於 180 度，則用互補桿替換掉這兩桿，重複動作直到最長兩桿相加小於 180 度為止。

在獲得機構的基本表示形式後，我們可以運用 Ting's 定理來判斷各連桿的旋轉性[1]。在單環 N 桿鏈中，最長桿加上某桿的長度若小於其他桿件長度之和，則該桿為短桿；反之，若最長桿加上某桿的長度大於其他桿件長度之和，則該桿為長桿。根據 Ting's 定理，短桿可以相對於任何其他桿件進行完全旋轉，而長桿則無法相對於其他長桿完成旋轉。通過上述方法，我們可以確定各連桿的運動特性。

為了更直觀地展示球面機構的運動特性，我們設計並製作了多種實體教具，包括展示球

面基本運動特性的球面開放式二連桿機構和球面四連桿機構（圖 1），以及展示多自由度運動的球面五連桿機構（圖 2）和球面並聯式八桿機構（圖 3），還有展示連桿旋轉性的可調桿件長度球面四（五）連桿機構和球面四連桿互補機構。在設計和製作這些教具時，我們特別注意了桿件之間的干涉問題。由於球面機構的桿件在運動過程中可能會互相碰撞，因此在設計時，我們採用了分層設計的方法，將桿件分布在不同的層面上，以避免相互干涉。此外，我們還考慮了桿件的連接方式，以確保教具的穩定性和耐用性。

本研究深入探討了球面機構的理論、應用及實作，強調了自由度、連桿長度與旋轉性之間的關聯，並展示了設計實作過程中的挑戰與考量。未來的研究可以進一步探索球面機構在其他領域的應用，並持續完善相關的理論與實作方法。

		
圖 1 球面四連桿機構	圖 2 球面五連桿機構	圖 3 球面並聯八桿機構
		
圖 4 可調桿件長度球面四連桿機構	圖 5 可調桿件長度球面五連桿機構	

三、 參考資料

[1] Ting, K. L. and Liu, Y. W., “Rotatability Laws for N-Bar Kinematic Chains and Their Proof,” ASME. J. Mech. Des., Vol. 113, No. 1, pp.32-39, 1991

四、 參考連結

各教具之運動動畫 <https://wooo.tw/WWQgnHe>